

# MÉTODO DE E. JÄDERIN

PARA MEDICION DE BASES

---

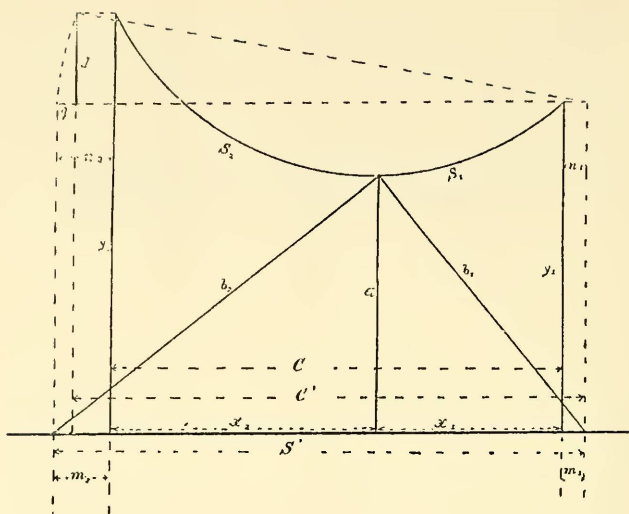
Ha aparecido una publicacion del señor C. Ljungstedt sobre el hermoso método de Jäderin con tablas de correccion para cintas de 20 metros.

Este método ha sido adoptado con ventaja en varias partes, especialmente en Norte América, donde ha sido tratado entre otros por el conocido ingeniero y profesor J. B. Johnson en «The Theory and Practice of Surveying».

Para facilitar el uso del método con cintas de 25 metros presento las tablas correspondientes y al mismo tiempo, para mas claridad, el desarrollo del teorema gráficamente demostrado con una figura descriptiva.

JUAN P. WAAG

Topógrafo del Musco de La Plata.



$$(1) \quad y = a \frac{e^{\frac{x'}{a}} + e^{-\frac{x'}{a}}}{2} \quad \text{Ecuacion de la cadeneria.}$$

$$(2) \quad s = a \frac{e^{\frac{x'}{a}} - e^{-\frac{x'}{a}}}{2} = \sqrt{y^2 - a^2}, \quad y = b$$

$$(3) \quad y = \frac{T}{P}$$

$$(4) \quad s' = a \left( \frac{e^{\frac{x'}{2a}}}{e^{-\frac{x'}{2a}} - e^{\frac{x'}{2a}}} \right) = s_1 + s_2$$

$$(5) \quad s' = 2a \left( \frac{x'}{2a} + \frac{1}{2 \cdot 3} \left( \frac{x'}{2a} \right)^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} \left( \frac{x'}{2a} \right)^5 + \dots \right)$$

En estas ecuaciones representan:

$x$  &  $y$  = las coordenadas.

$s$  = la curva rectificada.

$T$  = la tension aplicada.

$P$  = el peso de la unidad de la cinta.

Tomando  $x = C$ , y  $x^3$  y  $x^6 = S'^3$  y  $S'^6$  y haciendo  $a = y$  tenemos de la ecuacion (5):

$$S' - C = \frac{S'^3 P^2}{24 T^2} + \frac{S'^6 P^4}{1920 T^4} + \dots$$

El segundo término se puede omitir y tenemos:

$$(6) \quad S - C = \frac{S'^3 P^2}{24 T^2} = m = m_1 + m_2$$

Aplicando la fuerza T en la extremidad de la cinta de peso P de unidad de longitud y llamando  $\Psi$  el aumento de largo de una parte  $ds$  y  $n$  el aumento total producido tenemos:

$$\begin{aligned} dn &= \frac{\Psi T}{P} ds = \Psi y ds = \Psi a \sqrt{1 + \left(\frac{S}{a}\right)^2} ds \\ &= \Psi a \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{S}{a}\right)^2 - \frac{1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{S}{a}\right)^4 + \dots\right) ds \\ n &= \Psi a \int_{S_2}^{S_1} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{S}{a}\right)^2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{S}{a}\right)^4 + \dots\right] ds \\ n &= \Psi a S' + \frac{\Psi S'^3}{2 \cdot 3 \cdot a} - \frac{\Psi S'^5}{8 \cdot 5 \cdot a^3} + \dots = n_1 + n_2 \end{aligned}$$

La série es muy convergente y se puede tomar

$$(7) \quad n = \Psi a S' = \frac{\Psi T S'}{P}$$

Haciendo  $n - m = 0$  tenemos:

$$\frac{\Psi T S'}{P} = \frac{S'^3 P^2}{24 T^2}$$

$$(8) \quad T = \sqrt[3]{\frac{S'^2 P^3}{24 \Psi}} \text{ tension que anula el efecto de curvatura.}$$

Para diferencia en nivel tenemos:

$$S'^2 = C'^2 + d^2$$

$$C' = S' \left(1 - \left(\frac{d}{S'}\right)^2\right)^{1/2} = S' \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d}{S'}\right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{d}{S'}\right)^4 + \dots\right)$$

$$(9) \quad S' - C' = \frac{1}{2} \frac{d^2}{S'} + \frac{1}{8} \frac{d^4}{S^3} + \dots = q$$

Si llamamos  $A$  la distancia horizontal y  $S'$  la diferencia en lectura de la cinta <sup>colgada</sup> entre los dos puntos tenemos :

$$(10) A = S' - m + n - q \pm t, \quad t \text{ representando el valor de la dilatación.}$$

Segun (Hasler) .0000125 corresponde á una variación de un grado de temperatura y será positivo ó negativo segun si la operación ha sido ejecutada bajo mas ó menos calor que la temperatura en el momento de la comparación de la cinta.

$$\left. \begin{array}{l} w = .0000001 \\ P = .01177 \end{array} \right\} \text{ por cuales ha sido computada la tabla (a)}$$

$T = 4.75^{\circ}$ , la tensión mas favorable para 25<sup>m</sup> y por  $P = .01177$ .

$S' = 25^m, 24^m$  y  $23^m$  en la tabla (a) y  $25^m$  en la tabla (b).

TABLA (a)

T	25 m.		24 m.		23 m.	
	m.	n.	m.	n.	m.	n.
1,0	,0902	,0008	,0798	,0008	,0702	,0008
1,5	,0401	,0013	,0355	,0012	,0312	,0012
2,0	,0226	,0017	,0200	,0016	,0176	,0016
2,5	,0144	,0021	,0128	,0020	,0112	,0020
3,0	,0100	,0025	,0089	,0024	,0078	,0023
3,5	,0074	,0030	,0065	,0029	,0057	,0027
4,0	,0056	,0034	,0050	,0033	,0044	,0031
4,5	,0045	,0038	,0039	,0037	,0035	,0035
5,0	,0036	,0042	,0032	,0041	,0028	,0039
5,5	,0030	,0046	,0026	,0045	,0023	,0043
6,0	,0025	,0051	,0022	,0049	,0020	,0047
6,5	,0021	,0055	,0019	,0053	,0017	,0051
7,0	,0018	,0060	,0016	,0057	,0014	,0055
7,5	,0016	,0064	,0014	,0061	,0012	,0059
8,0	,0014	,0068	,0012	,0065	,0011	,0063
8,5	,0012	,0072	,0011	,0069	,0010	,0066
9,0	,0011	,0076	,0010	,0073	,0009	,0070
9,5	,0010	,0081	,0009	,0078	,0008	,0074
10,0	,0009	,0085	,0008	,0082	,0007	,0078

TABLA (b)

d.	q.	d.	q.	d.	q.	d.	q.	d.	q.	d.	q.	d.	q.
M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.
.01	—	.31	.0019	.61	.0074	.91	.0165	1.21	.0293	1.51	.0457	1.81	.0655
.02	—	.32	.0020	.62	.0077	.92	.0169	1.22	.0297	1.52	.0463	1.82	.0662
.03	—	.33	.0022	.63	.0079	.93	.0172	1.23	.0302	1.53	.0469	1.83	.0669
.04	—	.34	.0023	.64	.0082	.94	.0176	1.24	.0307	1.54	.0475	1.84	.0676
.05	—	.35	.0024	.65	.0084	.95	.0180	1.25	.0312	1.55	.0482	1.85	.0683
.06	.0001	.36	.0026	.66	.0087	.96	.0183	1.26	.0317	1.56	.0488	1.86	.0691
.07	.0001	.37	.0027	.67	.0090	.97	.0187	1.27	.0322	1.57	.0494	1.87	.0698
.08	.0001	.38	.0029	.68	.0092	.98	.0191	1.28	.0328	1.58	.0500	1.88	.0706
.09	.0002	.39	.0030	.69	.0095	.99	.0196	1.29	.0333	1.59	.0506	1.89	.0714
.10	.0002	.40	.0032	.70	.0098	1.00	.0200	1.30	.0338	1.60	.0512	1.90	.0722
.11	.0002	.41	.0034	.71	.0101	1.01	.0205	1.31	.0343	1.61	.0519	1.91	.0729
.12	.0003	.42	.0035	.72	.0104	1.02	.0209	1.32	.0348	1.62	.0526	1.92	.0737
.13	.0003	.43	.0037	.73	.0107	1.03	.0213	1.33	.0354	1.63	.0533	1.93	.0745
.14	.0004	.44	.0039	.74	.0110	1.04	.0217	1.34	.0359	1.64	.0540	1.94	.0753
.15	.0004	.45	.0041	.75	.0113	1.05	.0221	1.35	.0365	1.65	.0546	1.95	.0761
.16	.0005	.46	.0043	.76	.0116	1.06	.0225	1.36	.0370	1.66	.0553	1.96	.0769
.17	.0006	.47	.0044	.77	.0119	1.07	.0229	1.37	.0376	1.67	.0560	1.97	.0777
.18	.0006	.48	.0046	.78	.0122	1.08	.0233	1.38	.0381	1.68	.0566	1.98	.0785
.19	.0007	.49	.0048	.79	.0125	1.09	.0238	1.39	.0387	1.69	.0572	1.99	.0793
.20	.0008	.50	.0050	.80	.0128	1.10	.0242	1.40	.0392	1.70	.0578	2.00	.0802
.21	.0009	.51	.0052	.81	.0131	1.11	.0246	1.41	.0398	1.71	.0585	2.01	.0810
.22	.0010	.52	.0054	.82	.0135	1.12	.0251	1.42	.0403	1.72	.0591	2.02	.0818
.23	.0011	.53	.0056	.83	.0138	1.13	.0255	1.43	.0409	1.73	.0598	2.03	.0826
.24	.0012	.54	.0058	.84	.0141	1.14	.0260	1.44	.0415	1.74	.0605	2.04	.0835
.25	.0013	.55	.0060	.85	.0145	1.15	.0264	1.45	.0421	1.75	.0612	2.05	.0843
.26	.0014	.56	.0062	.86	.0148	1.16	.0268	1.46	.0427	1.76	.0621	2.06	.0852
.27	.0015	.57	.0065	.87	.0151	1.17	.0273	1.47	.0431	1.77	.0628	2.07	.0861
.28	.0016	.58	.0067	.88	.0155	1.18	.0278	1.48	.0437	1.78	.0634	2.08	.0870
.29	.0017	.59	.0069	.89	.0158	1.19	.0283	1.49	.0444	1.79	.0641	2.09	.0879
.30	.0018	.60	.0072	.90	.0162	1.20	.0288	1.50	.0450	1.80	.0648	2.10	.0888

La Plata, Octubre 15 de 1896.